منشورات الجامعة اللبنانية

قسم الدراسات الرياضية

١

إحياء الجبر

درس لكتاب الخوارزمي في «الجبر والمقابلة»

بقلم

عادل انبوبا

من اساتذة الرياضيات في الجامعة اللبنانية

الطبعة الثانية



بيروت
١٩٦٨

منشورات الجامعة اللبنانية

قسم الدراسات الرياضية

١

إحياء الجبر

درس لكتاب الخوارزمي في «الجبر والمقابلة»

بقلم

عادل انبوبا

من اساتذة الرياضيات في الجامعة اللبنانية



بيروت ١٩٦٨

هوذا الحلقة الاولى من منشورات الجامعة اللبنانية ، في قسم الدراسات الرياضية . خصصناها برجل ينزل اسمه من تاريخ علم الجبر منزلةَ اسم ارسطاطاليس من تاريخ المنطق . فعملنا ، جهد المستطاع ، على تعريف الخوارزمي الى ابناء الضاد ، وعلى قدر جهده الكبير في تيسير الجبر ، ذاك العلم الجديد على العالم اذ ذاك ، والذي كان من حظّه ان يبلغ هذه المرتبة الفائقة في العلوم الرياضية غايةً ووسيلة . فيعرف الخلف فضل السلف ، ويستأنفون ما انقطع من ابحاث واختبارات وتحرّيات في خدمة الانسانية ، بخدمة العلم والعمل .

وسيتلو هذه الحلقة ، باذن الله ، وجهد اساتذتنا ، حلقات عديدة تؤهل جامعتنا الناشئة للاضطلاع بواجباتها ، الى جانب ما تقوم به من منشورات قيّمة اختاها الكبيرتان في بيروت . فيسعدها أن تأتي ، وان متأخرة ، بهذه الحجارة البسيطة في صرح الثقافة العامّة .

بيروت ، في ٩ شباط ١٩٥٥ ف . ا ب .

تمهيد

كثيراً ما يفاخر العرب بماضيهم الادبي ، غافلين عن ايامهم العلمية الرائعة التي جعلتهم مدة عصور في طليعة الامم الراقية ، وبوّأتهم منزلة رفيعة في مضمار تتنافس فيه قرائح العلماء وجهود الدول والشعوب . والاديب العربي ، في جهله تاريخه العلمي ، ليس له عذر الغربي الذي لا يطالع مصنفات نيوتن وغوص ، ذلك أنّ هذه المصنفات لا تنفتح الا للاختصاصيين . اما العلوم العربية ، في عصرها الذهبي ، اي في عهد الخوارزمي ، والبوزجاني ، والبتّاني ، وامثالهم ، فهي لا تبعد عن متناول الرجل المثقف في عصرنا .

وقد رأى رئيس الجامعة اللبنانية ، استاذنا الجليل الاستاذ فؤاد افرام البستاني ، ان يسدّ فراغاً في ثقافة الطالب والأديب ، فنظم في قسم « الدراسات الرياضية » ، سلسلة من المحاضرات العلمية تتناول تطوّرات الفكرة الرياضية خاصّة في تاريخها الطويل ، وتعرّف الى الجمهور العربي روائع المؤلفات القديمة ، وتبعث فيه حبّ ماضيه المجيد. والكل يعلم ما للاستاذ الكريم من الجهود البالغة في نشر تاريخ العرب وآدابهم وثقافتهم . فلا عجب اذا اضاف الى مساعيه الماضية مجهوداً جديداً .

وقد تفضل ووكل الينا تعريف كتاب الخوارزمي في « الجبر والمقابلة » . فكان هذا البحث نتيجة محاضرتين من تلك السلسلة . وقد حاولنا فيه ان نبين ما لكتاب الخوارزمي من القيمة الانسانية ، الى جانب قيمتـه العلمية ، متعمدين البساطة في شروحها الى ابعد حدودها . واعتمدنا ، في دراستنا ، على طبعة روزن ، سنة ١٨٣١ في لندن . وهي نادرة الوجود ، حظينا بنسخة منها في المكتبة الشرقية في بيروت ،

وعلى طبعة مصر ،سنة ١٩٣٩ ، للاستاذين علي مصطفى مشرفة ومحمد مرسى احمد ، وعنها نقلنا الشواهد التي اوردناها من «كتاب الجبر والمقابلة » . كما اننـا اعتمدنا على الترجمة اللاتينية لكتاب الخوارزمي لروبرت الشستري ، التي نشرها كاربنسكي سنة ١٩١٥ ،مع ترجمة انكليزية ، في منشورات جامعة ميشغان . وقد وجدنا منها نسخة في مكتبة الجامعة الاميركية ، في بيروت .

ولما كانت النسخة التي طبع عنها الكتاب قد انجزت سنة ٧٤٣ هـ. اي بعد وفاة الخوارزمي بنحو ٥٠٠ سنة ، وهي النسخة الوحيدة المعروفة حتى اليوم ، فلا يسع الجزم انها صورة حرفية عن الاصل كما وضعه الخوارزمي ، وبالفعــل فان القارىء يلحظ ، في بعض المقاطع ، اخطاء وتشويشاً بيـّناً ، ولم نرَ ان نتوقف عند هذه القضية التي تخرج عن نطاق بحثنا .

ولنا الأمل بان لا يكون هذا البحث الاخير من نوعه في خدمة تاريخ العلم عامة ، والعربي منه خاصةً .

عادل انبوبا
من اساتذة الرياضيات في الجامعة اللبنانية

الكتاب ومؤلفه

شهرة الكتاب

نادرة هي المؤلفات العلمية ، التي نالت من الشهرة والرواج ، ما ناله كتاب الخوارزمي في الجبر والمقابلة . فقد بقي هذا الكتاب، منذ ظهوره في اوائل القرن التاسع للمسيح حتى القرن السادسَ عشر ، مثالاً وحجة في هذا العلم ؛ له فيه ما لاصول اقليدس من المنزلة الرفيعة عند المهندسين ولما لبطلميوس عند علماء الهيئة . يدلل على قيمته عند العرب كثرةُ شروحه ومكانةُ شارحيه العلمية ، نذكر منهم ، اخذاً عن الفهرست ، سنانَ بنَ فتح ، وعبدَ اللهِ بنَ الحسن الحاسِبَ الصيدناني ، وأبا الوفاء البوزَجاني الرياضي الشهير. قال ابن خلدون في مقدمته : « وشرحه كثيرٌ من اهل الاندلس فأجادوا ومن احسن شروحاته كتابُ القُرَشي .» (ص ٤٨٤)

وتجاوزت شهرةُ الكتاب الشرق الى الغرب ، فتراه في القرون الوسطى مترجماً في اوروبة الى اللاتينية ، كما تُرجِمَ ايضاً كتاب الخوارزمي في الحساب الهندي ، واصبح المُؤلفان أساساً للتآليف الاوروبية الاولى في الحساب والجبر . وفي القرن السادس عشر ، اي بعد ظهور الكتاب بسبعة قرون ، كان كاردانو العالم الايطالي الشهير لا يزال يعتمد عليه في مؤلفه Ars Magna واضعاً الخُوارزمي في عداد العباقرة الاثني عشر الذين انجبتهم البشرية الى يومه .

وقد خلّد التاريخ هذا الكتاب الشهير اذ دلّ باسمه على فرع واسع من الرياضيات ، جاعلًا لفظةَ الجبر على شفاه الملايين على مرّ الاجيال . كما انه خلّد اسمَ صاحبه الذي اصبح في اللغتين الافرنسية والانكليزية ، يعرّفون بها عن طريقة رياضية هامة ، Algorithme وانقلب في الاسبانية الى Guarismo للدلالة على الارقام والاعداد . ولا تسل عن كل اللغات الاوروبية التي دخلتها لفظةُ الخُوارزمي ولا عن الازياء الغريبة التي تنكرت بها[1] .

---

١) واليك امثلة عنها وردت في نسخ مختلفة من ترجمة الكتاب الى اللاتينية :

Karpinski, *Latin Translation of the Algebra of Al-Khowarismi*, p 66. Mahomet filius Mosi Algaurizin, Machumed filius Moysi Algaurizm, Mahumed filius Moysi Algaurizim, Mahumed filius Moysis algaorizim.

حياة الخوارزمي

فمن يكون الخوارزمي هذا الذي ازدانت باسمه اهم لغات العالم ، والذي شعّ كتابه في صباح عهد علمي زاهر طوقت انوازه ضفاف البحر الابيض من الشام الى المغرب ، وسطعت في سماء العراق والهند ؟

الحق يقال إن ما نعرفه عن حياتـه نزر عسير التحقيق ، وجوهرُ معلوماتنا وارد في «كتاب الفهرست» الذي تم تأليفه سنة ٩٨٧، اي بعد كتاب الخوارزمي بقرن ونصف تقريباً. واليك النص :

« الخوارزمي واسمه محمدُ بن موسى واصله من خُوارزم وكان منقطعاً الى خزانة الحكمة للمأمون وهو من اصحاب علوم الهيئة ، وكان الناس قبل الرصد وبعده يعولون على زيجَيه الاول والثاني ، ويُعرَفان بالسند هند ، وله من الكتب كتابُ الزيج ...» (ص ٣٨٣)

وعليه فان الخليفة المأمون اقامه على القسم العلمي من خزانته ، حيث انقطع الى الجمع والمطالعة والتأليف، زاهدًا في الدنيا حتى آخر حياته، مكبًا على الدرس نهارًا وعلى الرصد ليلًا. وهو في كل اعماله امين دقيق كما برهن على ذلك في زيجيه ، الامرُ الذي حملَ الناس على التعويل عليها والاخذ بمحتوياتها .

واننا اذا تأملنا الايام التي عاش فيها الُخوارزمي ، ايامَ الترجماتِ اليونانية والسريانية والبهلوية والهندية، لم نتمالك من الاعجاب والتأثر الشديد . كانت عاصمة العباسيين تعيش ، الى جانب عيشتها المترفة اللاهية ، عيشة علمية فكرية متأججة . فالقوافل تخترق الثغور من مختلف الجهات الى بيزنطية والى الهند، ضاربة في مناكب الارض منقبة باحثة، والافكار في بغداد رفيقةٌ لها في اسفارها لا تستقرّ بين القلق والامل ، فاذا ما عادت الى بلادها مُثقلة بالمخطوطات ونادى الرقباء بمجيئها ، كان ذلك اليوم يومَ فرح وابتهاج في قصر الخليفة والعاصمة كلِها . وتهافت عليها جموع الادباء والعلماء مستفسرين مُعجَبين . ثم يُقبل المترجمون جماعات جماعات، فينقلون المخطوطات الى لغة الفاتحين ، وعلى رأسِ كل جماعةٍ اديبٌ أو عالم فاضل كابن لوقا البعلبكي، وحنينِ بن اسحق ،وغيرهما من النوابغ الذين تعطرت باسمائهم الخالدة كتب العلم والادب. فاذا ما تمّ نقلُها الى العربية ، تعددت منها النسخ ووُزّعت على مختلف المدن والاقاليم. واقبلَ عليها طالبو المعرفة يستقون من فيضها . وبذلك يعمّ العلم ، ويزداد انتشارُ الحركةِ الفكرية[1].

١) يذكر اليعقوبي، المتوفى سنة ٨٩٣ تقريباً، انه كان في عصره، وهو عصر الخوارزمي، اكثر من مئة ورّاق في بغداد منهم علماء مجيدون. فاذا قابلنا عددهم بعدد المكاتب الموجودة حالياً في بيروت، حصلت لنا فكرة صحيحة عن الحالة الفكرية في بغداد آنذاك .

وطبيعيٌّ أن هذه الحملاتِ العلمية كان يصحبُها ابرزُ ما عند العرب من رجال المعرفة فيكلون اليهم امرَ الاطلاع والاختيار . وقد نقــل الينا التاريخ ان المأمونَ أرسل الى ملك الروم في طلب الكتب الحجــاجَ بنَ مطر وابنَ البطريق وغيرهما (الفهرست ص ٣٣٩) . وهذا ما ذُكِرَ ايضاً عن الخُوارزمي الذي يقال إنه ، قبــل استقراره في دار الحكمة ، سافر الى بلاد السند مندوباً للاتصال بعلماء الهند والاطلاعِ على حسابهم، اذ كان لهم فيه الباع الطولى والشهرةُ الواسعة .

ولا يُعرَفُ بالضبط البلادُ التي زارها، هذا ان صحّ سفرُه. ويَرْوي رواةُ هذا السفر انه، بعد عودته ، وضع تأليفه في الحساب الهندي وكتابَ الجبر والمقابلة . وقد رأى بعض المؤرخينَ الاوروبيينَ في مطلع القرن التاسعَ عشر، اي في عهد تجدد الاستشراق ،اوجُهَ شبه عديدة بين كتابِ الخوارزمي وكُتُبِ الهند السابقة له، الا ان السيد روده نفى مزاعِمهم في مقال ممتع له في الجريدة الاسيوية مظهرًا فروقاً اساسية بين الجبر الهندي وجبر الخوارزمي[1]. وكان وضعه لكتاب الحساب الهندي حول السنة ٨٢٥،ولكتاب الجبر والمقابلة حول السنة ٨٣٠ . وكانت وفاته سنة ٨٤٦ او ٨٤٧، حسب ابحاث المستشرق نَلّينو .

(١) Léon Rodet, *l'Algèbre d'Alkharizmi*, *Jour.*, *Asiat.* 1878, série 7, t. 11,

مزايا الكتاب

نتنقل بعد هذا العرضِ الوجيز لحياة الخوارزمي، الى كتابه في الجبر والمقابلة، الذي كان له هذا الأثر العظيم في تاريخ العلم والانسانية، باحثين في فصوله، مُبيّنين محامدَه وميزاتهِ، والفروق التي تفصل بينه وبين الجبر الحديث.

يعرّف الخوارزمي عن كتابه بقوله: «ألّفتُ من حساب[1] الجبر والمقابلة كتاباً مختصرًا حاوياً للطيف الحساب وجليله، لما يلزم الناس من الحاجة اليه في مواريثهم ووصاياهم وفي مقاسمتهم واحكامهم وتجاراتهم وفي جميع ما يتعاملون به بينهم من مساحة الارض وكَرْي الانهار والهندسة وغيرِ ذلك من وجوهه وفنونه» (ص ١٦).

ثم يقول: «ووجدت الاعداد التي يُحتاجُ اليها في حساب الجبر والمقابلة على ثلاثة ضروب وهي جذور واموال وعدد مفرد لا ينسب الى جذر ولا الى مال» (ص ١٦) وقد استخرجوا من ذلك كله اسماً للكتاب وعرّفوا عنه بكتاب الجبر والمقابلة وايضاً بالمختصر في الجبر والمقابلة.

فالجبر اذًا ليس الا فصلًا من علم الحساب[2]، او هو طريقة في حلّ بعض العمليات الحسابية. إلا انه رغم حداثةِ تفرعه عن الحساب وارتباطه به فانه يظهر في كتاب الخوارزمي بجلاء علماً مستقلًا ذا شخصية خاصة. وهو في بدء عمره علمُ حلّ المعادلات من الدرجة الاولى والثانية[3]، واستعمالها في حلِ القضايا الحسابية بوجه الخصوص. وقد بقي ضِمْنَ هذه الحدود حتى القرن السادس عشر.

وما يلفت انظار القارئ العصري لدى مُطالعته كتاب الخوارزمي النقاطُ التالية:

طبيعة الاعداد

١ — يجهل الخوارزمي الاعدادَ السلبية. ولا يستعمل من الاعداد الا الحسابية. ومعروف أننا ندرس اليوم في الجبر الابتدائي اعدادًا مُوجبة واعدادًا سلبية،

---

١) وجاء في طبعة مصر سهوًا: « ألفت من كتاب الجبر ».

٢) وقد بقي عند العرب فصلًا من علم الحساب.

٣) توصل عمر الخيامي الى حل المعادلة من الدرجة الثالثة بالهندسة؛ اما الحلّ الجبري فيعود فضله الى علماء ايطالية الذين توصلوا اليه في اواسط القرن السادس عشر.

وفي الجبر العالي اعدادًا وهمية . وكان الهنود ايام الخوارزمي ، ومن قبله ، ينظرون في الاعداد السلبية ايضاً ، وكانوا عارفين بقواعدها بوضوح ودقة وبمعنى الحلول السلبية في الاعمال الحسابية . ومن الخطأ القول ان الخوارزمي ينبذ في المعادلات الحلَّ السلبي كأنه مهمِل له . فالحقيقة الناتجة من درس كتابه ، أنه يجهَلُ وجودَ مثلِ هذه الاعداد ، او اقلُّ ما يقال إنه ليس في الكتاب دليلٌ واضح على تعرفه بها .

الرمزية ٢ — والفرقُ الثاني بين الجبر الحديث وجبر الخوارزمي أن جبرنا اليوم رمزي ، اي أنه يدل باشارات خاصة مقتضبة على عمليات الجمع والطرح والقسمة والضرب والتجذير ، والمساواة والمناقصة وغيرها ، وعلى المجاهيل والمعلومات ، ويرمي العلم الحديث الى توسيع الرمزية الى ابعد حد ، لما فيها من الاختزال في التعبير وجمعها المعاني الكثيرة في مجال ضيق تتناوله العين بنظرة شاملة ، حتى إننا لنعجزُ ان نتصوَر جبرنا الحديث بكمياته الطويلة المعقدة معبرًا عنه بدون رموز . ولكن الرمزية ، اذا كانت آلة اختزالية رائعة ، فهي اكثر من ذلك بكثير ، واغلب الظن ان واضعيها انفسهم لو علموا بامكانياتها الواسعة لدهشوا من استنباط هو وليد قرائحهم لم يُدركوا من معانيه إلا جزءا يسيرًا ، فان الرمزية قامت بقسط انشائي في علم الجبر مُساعِدة على تسهيل قواعده وعلى تعميمها وتوحيدها . نورد مثالًا بسيطاً على ذلك هو رمز الاسّ (exposant) الذي مكّن من ايجاد قواعد بسيطة للضرب والقسمة ، وصهر في قاعدة واحدة قواعد مختلفة تتعلق بالجذور والكسور ، ومكن من اكتشاف اللوغارذمات ، وأدّى مساعدة قوية في الاشتقاق (dérivation) والتأصيل (intégration) .

اما الجبر عند الخُوارزمي فهو الجبر الناطق كما اسماه مؤرخو الرياضيات ، اي أنه يعبر عن العمليات الحسابية بالكلام العادي . مثال ذلك « عشرة قسمتُها قسمين فضربتُ احدَ القسمين في الآخر ثم ضربتُ احدَهما في نفسه فصار المضروب في نفسه مثلَ احد القسمين في الآخر اربعَ مرات ، فقياسُه ان تجعل احد القسمين شيئاً ، والآخر عشرةَ الا شيئاً فتضربُ شيئاً في عشرةِ الاشياء فتكونُ عشرةَ اشياء إلّا مالًا ثم تَضرب في اربعة لقولك اربع مرات . . . » الخ (ص ٣٤) .

ونعبر عن المسألة بالرموز الحديثة هكذا :

$$س^{٢} = ٤\ س\ (١٠ - س) = ٤٠\ س - ٤\ س^{٢} \quad فيكون\ ٤٠\ س = ٥\ س^{٢} \qquad س = ٨$$

ويهمل الخُوارزمي الحلّ : س = صفرًا .

ولا حاجة الى التدليل بما لرموزنا من بلاغة التعبير وسهولة الاداء ، فيظهر المعنى من خلالها شفافاً . ومع ذلك فتعبير الخوارزمي غاية في الوضوح ايضاً ، ومن يتتبعه على مهل لا يفوته منه شيء .

ويجهل الخوارزمي استعمالَ الحروف للدلالة على المجاهيل[١]، وبالاحرى للدلالة على المعلومات. ويرجع فضلُ الاشارة الى المعلومات بالحروف الى فرنسوا ڤيات الافرنسي (François Viète) ووضعُه هذا يعدّ حقًّا خطوةً جبارة في علم الجبر . ويَرى بعضهم انه اذا كان وضعُ الجبر هو الخطوةُ الاولى فاكتشاف ڤيات هو الخطوة الثانية وفاتحة الجبر العصري .

الدستور

ومن يتناولْ كتاباً قديماً في الجـبر يستغلقْ عليه بادئَ ذي بَدْء . ولكنه لا يلبث ان ينكشف له ما استبهم من الامر ، فيطالعه بلذة وتأثر . ويشعر ان عاملًا جديدًا يقرب بيننا وبين اولئك العلماء الذين وقفوا من الف سنة مثل وقفتنا اليوم من عمليات شغلتنا في حداثتنا وسوف تشغلُ احفادَنا من بعدنا الى ما شاء الله . وإني لارى بعين الخيالِ شيخَنا الجليل ، برّد الله ثراه ، محمدَ بن موسى الخوارزمي ، ملتزماً غرفته متربعاً متكئاً على مِسْوَرَته ، باسطاً قرطاسه مشرعاً قلمه غارقاً في حلّ معادلاته مأخوذًا بسحرها ، تنقضي الساعات بين يديه وهو لا يشعُر بزوالها. وقد اثمرت جهوده المتواصلة . فان جبر الخوارزمي، رغم فقره بالنسبة الى الجبر العصري ، قد بلغ درجةَ الكمال في بعض نواحيه الجوهرية اعني علمه باهمية الدستور وآلية الحلول . ولا يزال علمُنا حتى اليوم مطبوعاً بهـذا الطابع البليغ . فالخوارزمي في كتابه يُدركُ حق الادراكِ منزلةَ الدستور الرفيعة وله فيها فكرة واضحة جلية، والدستور هو النتيجة النهائية لسلسلة من العَمَليات تُنجَزُ في حـلِّ مسائلَ متشابهة بالترتيب نفسه دون تغير ، والدستور ايضاً قاعدة قائمة على بضع عمليات قليلة بالنسبة لعمليات الحلّ كله.

فلننظر مثلًا في المعادلات

$$\text{س}^2 + ١٠\ \text{س} = ٣٩$$
$$٢\ \text{س}^2 + ١٠\ \text{س} = ٤٨$$
$$\tfrac{1}{2}\ \text{س}^2 + ٥\ \text{س} = ٢٨$$

الواردة في كتاب الخوارزمي[٢]

فانا، اذا اردنا حلّها وحلَّ المعادلات التي من نوعها ، لجأنا الى سلسلة ثابتة من العمليات كأن نقسم العديلين بعدد الاموال الى ما هنالك من العمليات المدوّنة في الكتب المدرسية . فالدستور يُغنينا عن كل هذه التحويلات ويوصلُنا ببضع عمليات الى النتيجة المطلوبة ، وهو في كتبنا الحديثة

$$\text{س} = \frac{-\text{ح} \pm \sqrt{\text{ح}^2 - \text{ب د}}}{\text{ب}} .$$

---

١) رغم وجودها عند الهنود ؛ وكانت الرمزية شائعة بين علمائهم .

٢) وقد تناقل عنه بعض هذه المعادلات ائمة الرياضيين كشجاع بن اسلم وعمر الخيامي وابن الحسن الكرخي .

باعتبار المعادلة ب $س^{٢}$ + ح س + د = ٠ مع العلم ان حَ = $\frac{ح}{٢}$

ولا يقومُ علمُ الجبر دون دساتير .

ونحن نجد في كتاب الخوارزمي (ص ١٩) في حلّ «مال وعشرة اجذار يعدل ستةً وخمسين درهماً»

«نصف الاجذار تكون خمسة

فاضربها بمثلها تكون خمسة وعشرين

فزدها على الستة والخمسين تكون احدًا وثمانين

فخُذْ جذرها وهو تسعة

فأنقِص منها نصف الاجذار وهو خمسة فيبقى اربعة

وهو جذر المال الذي اردت. » (ص ٢٠)

والحلّ العصري للمعادلة الآتية :

$س^{٢}$ + ١٠ س = ٥٦

او $س^{٢}$ + ١٠ س − ٥٦ = ٠

س = − ٥ ± $\sqrt{٥^{٢} + ٥٦}$

س = − ٥ ± $\sqrt{٨١}$

س = − ٥ ± ٩

س = ٤ س = − ١٤

وما حلُّ الخوارزمي الا دستورنا العصري مُعَبَّرًا عنه بالكلام العادي بوضوح تام كما يظهر من المقابلة بين الحلّين . ونَلحظ أن الخُوارزمي يجد جَذرًا واحدًا للمعادلة، اذ ان الجذر الثاني سلبي . ويضيف : وكذلك فافعل بجميع ما جاءك من الاموال والجذور وما عادلها من العدد تصب ان شاء الله[1] .

آلية الجبر

وهنا لا بدّ من التنويه بآلية العمليات المستعملة في حلّ المعادلات. فهي تتكرر بالترتيب نفسه، لا تتغير اذا تغيرت عوامل المعادلات، فالجبر اذًا اشبه شيء بآلة

١) في حل المعادلة يعيد عدد الاموال الى واحد قبل ان يُطبق الدستور فيقول في $\frac{١}{٢}$ $س^{٢}$ + ٥ س = ٢٨ « تُكمل مالك حتى يبلغ مالًا تامًا وهو ان تُضعفه وأضعف كلما معك مما يعادله ، فيكون مالًا وعشرة اجذار يعدل ستة وخمسين درهمًا » (ص ١٩).

والجدير بالذكر ان هذه العملية تدعى عند بعض المؤلفين جبرًا .

جاء في مقدمة ابن خلدون « ويَجبُرون ما فيها من الكسر حتى يصير صحيحًا » (ص ٤٨٤) .

وجاء في كتاب لسبط المارديني: «شرحُ المقنع في علم الجبر والمقابلة» لابن الهائم وهو مخطوط في المكتبة الشرقية في بيروت (ص ٢٢) « تُصيّر ما نقص من مال مالًا كاملًا وما زاد على مال مالًا واحدًا » . « ويسمي ذلك بعض الحسّاب تكميلًا وردًّا ويسميه جمهورهم جبرًا وحطًّا ، وقد اشار ابن الهائم الى هذا العمل وجمع بين الاصطلاحين في التسمية

فللمال كمّل كسر مال بجبره وردّ بحطّ زائدًا والمعادل اه .

كذلك في ٢ $س^{٢}$ + ١٠ س = ٤٨، يقول الخوارزمي : «ينبغي ان ترد المالين الى مال واحد» واختيار ١ ثم ٢ ثم $\frac{١}{٢}$ عددًا للاموال في المعادلات الثلاثة المذكورة دليل على حسن انتقاء الامثلة اذ يتدرج القارئ بالصعوبة ويعرض لجميع انواعها .

عصرية تغذيها مثلًا بالورق والحبر فتخرج لك كتاباً مطبوعاً ، او تغذيها بالمواد الاولية فتدفع اليك شيئاً كامل الصنع وذلك بمعاودتها العمليات نفسها بالترتيب نفسه .

وقد فهم الخوارزمي اهمية هذه الآلية حق الفهم، كما فهمها الرياضيون العرب من بعده، وادركوا الخدمة الانسانية التي يؤدونها للمجتمع من وضعهم في ايدي العامة آلة حسابية طيّعة سهلةَ المراس لا تخطئ في عملها . فالجبر، على حسب قولهم، صناعة تنحصر في بضع قواعد لا يحتاج الصانع فيها الى مواهب عقلية خاصة ، ولا الى اجهاد الفكر، ولا الى استنباط الحيلة في كل مسألة تَعرَضُ عليه شأنه في الهندسة .

وهذا امر يعرفه الدارسون انه لا طريقة شاملة في حلّ المسائل الهندسية او كما قال اقليدس : ليس ثمة من طريق ملوكي في الهندسة . اما في الجبر فكل المسائل المتشابهة تُحلّ بطريقة واحدة . ويكفي ان يتغلبَ احدُ الرياضيين على معادلةٍ من الدرجة الثالثة حتى يتمكن الناسُ من بعدِه من حلِ شبيهاتها .

والذي اراه ان الخوارزمي صنع في كتابه بالنسبة للحساب ما صنعه ديكارت بالنسبة للهندسة اي انه اوجد طريقة تضع المنطق بدل الحدس وتُغني عن العبقرية بالاجتهاد . فاستحق ثناء العلم والفلسفة ، وهل من حاجة في عصرنا الى التنويه باهمية الطريقة واثرها ظاهر في عقليتنا العصرية .

الجبر والحساب وكان فضلُ الجبر انه اوجد طريقةً موحّدة سهلة لحلّ العمليات الحسابية على ما هو معروف من صعوبتها وتشعب ابوابها . وكلنا يعلم ان الرجل المثقف لا يزال اليوم، بعد ممارسة الجبر والهندسة وتثقفه رياضياً، يُفضل حل المسائل الحسابية بالجبر ، وقد يعجز عن حلها بالحساب . نوضح هذه القضية ببعض الامثلة .

١ — رجل له من العمر اربعون سنة ولابنه اربع سنوات . فمتى يكون عمرُ الوالد ثلاثة اضعاف عمر ولده ؟

٢ — لدينا من الفضة ثلاثون قطعة منها بخمسة ومنها بعشرة . والقِطَعُ كلها بـ٢٤٥ . فكم لدينا من كل منها ؟

واخيراً من كتاب الخوارزمي : «قسمت درهماً على رجال فاصابهم شيء ثم زدت فيهم رجلًا ثم قسمت عليهم درهماً فأصابهم اقل من القسم الاول بسدس درهم» (ص ٥١) .

نلحظ عند حلّ هذه المسائل حسابياً انه لا جامع بين حلول المسائل الثلاث، ومن يعرف حلّ الواحدة لا يتوصل به الى الثانية والثالثة ويَلزَمُهُ اجهادُ الفكر وشيء من الاستنباط الامرُ

الذي لا يتوفر عند عامة الناس .

ندفع الآن بهذه القضايا الى الآلة الجبرية فاذا بها تزيل عنا الاختلاف الظاهر وتكشف عن وحدتها الجوهرية فتتوحدُ الحلول في جميعها .

ويصبح لدينا في القضية الاولى : ٤٠ + س = ٣ (٤ + س) س : عدد السنين اللازمة

وفي الثانية : ٥ س + ١٠ (٣٠ — س) = ٢٤٥ س : عدد القطع من ٥ دراهم

وفي الثالثة : $\frac{١}{س} - \frac{١}{س+١} = \frac{١}{٦}$ س : عدد الرجال

واذا ما تساءلنا مذهولين كيف وحّد الجبر حلّ عملياتٍ مختلفة كهذه لا يرى الانسان فيها امكانيةَ التوحيد، وجدنا ان الامر قد تمّ بان نزعنا من الاعداد صفتَها الشيئية من سنين ودراهم واعتبرنا فيها العدد المجرد ، وفيه وحدَه يبحث الجبر. فاصبح العدد بتجريده واحدًا ، خاضعاً لاحكام واحدة ، وروعي في الاعداد المجردة ، خواصُها من تساوٍ وتباين ، مما هو خاضع لاحوال المعادلات وهذا ما فَقِهَه الخُوارزمي تَمام الفقه .

والعجيبُ في امر المعادلات ان العقلَ يفقُد معها كل صلةٍ بالواقع، وتذوبُ اوضاعُ المسألة في المعادلة. فلا يدركُ الصلة بين القضية وبين تحولات المعادلة، بينما لا يزال الفكر متتبعاً لتطور المسألة في الحل الحسابي ، فهي في شتى مراحلها تحت سيطرته وعمله . اما في الحلّ الجبري فالعقل يستسلم الى المعادلة ويكل اليها العمل كما يصنع العامل بآلة يدير حركتها ، وهو لا يدري كيف تتحول في جوفها المادة ، إلا انه واثقٌ من جودة التحويل ومن دقة الصنع .

وبديهيٌ ان العالِم الرياضي عارف بطبيعة التحولات الطارئة على المعادلة، وهو الذي وضعها ورتبها وبناها على المنطق واظهر صحتها ، لكن العامة يمكنهم استعمالَ المعادلة استعمالًا صحيحاً يقودهم الى النتيجة دون ان يُدركوا اساس التحولات المنطقي . فالجبر اذًا صناعة ، وهكذا شاءه الخُوارزمي ، وكذلك صناعة هي العمليات الحسابية من كتابة الاعداد وجمعها وضربها وقسمتها ، كما نشرها في كتابه الحساب الهندي .

تبسيط العلم

وهذه الغاية التي ننسبها الى الرياضيين العرب والى الخُوارزمي خاصة ، بتعميم العلم وجعله في متناول العامة[1] وتسهيله عليهم ، ليست فَرضًا مُختَلَقًا ومحضَ

---

١) معلوم ان هيئة الاونسكو تسعى اليوم بنشاط مشكور الى رفع المستوى العلمي والثقافي والادبي في كل الطبقات الاجتماعية، وهي ضيْ له بوسائل واسعة قوية .

ابتكار عصرية ، ونحن ان تأدينا بهذه الواقعة الحقيقية وفاخرنا بها ، فاننا نذكر انها لم تخفَ على المؤرخين الغربيين الذين رعى نظرهم هذا الاتجاه في العلم العربي وعطفُ علماء العرب على المجتمع وعقليتهم التبشيرية ، والشواهد على هذه العقلية كثيرة . جاء في ابن خلكان ان الخليل كان يقول :

«اريد ان اقرب نوعاً من الحساب تمضي به الجارية الى البياع فلا يمكنه ظلمها[1]».

وسواء صحت هذه الرواية ام لا فانها وامثالها تدل على اتجاه خلقي وعقلي عند علماء العرب.

ولنا في كتاب الجبر والمقابلة شاهدٌ جديد على هذه الرغبة في الافادة ، ففي باب المعاملات وهو قصير جداً ، نرى الجبر يطرُق ابواب المنازل ويدخل الحوانيت . وليس في هذا الفصل سوى ما نسميه اليوم قاعدةَ النسبة الثلاثية وتطبيقها على ثلاثة امثلة .

وانا نورد القاعدة مع تطبيقها على مثل واحد لتزيد في الايضاح عن غاية الخوارزمي وطريقته . يقول : « اعلم ان معاملات الناس كلها من البيع والشراء والصرف والاجارة وغير ذلك على وجهين باربعة اعداد يلفظُ بها السائل وهي المُسَعِّر والسِعْر والثمن والمُثمَّن ، فالعدد الذي هو المسعر مباين للعدد الذي هو الثمن — والعدد الذي هو السعر مباين للعدد الذي هو المثمن وهذه الاربعة الاعداد ثلاثة منها ابداً ظاهرة معلومة وواحد منها مجهول وهو الذي في قول القائل كم ، وعنه يسأل السائل . والقياس في ذلك ان تنظر الى الثلاثة الاعداد الظاهرة فلا بد ان يكون منها اثنان كلُ واحدٍ منهما مباينٌ لصاحبه فتضربُ العددين الظاهرين المتباينين كل واحد منهما في صاحبه فما بلغ فاقسمه على العدد الآخر الظاهر الذي مُباينُه مجهول فما خرج لك فهو العدد المجهول الذي يسأل عنه السائل وهو مباين للعدد الذي قسمت عليه . ومثال ذلك في وجه منه اذا قيل لك عشرة بستة كم لك باربعة ، فقوله عشرة هو العدد المسعِّر ، وقوله بستة هو السعر وقوله كم لك هو العدد المجهول المثمَّن وقوله باربعة هو العدد الذي هو الثمن — فالعدد المسعر الذي هو العشرة مباين للعدد الذي هو الثمن وهو الاربعة فاضرب العشرة في الاربعة وهما المتباينان الظاهران فيكون اربعين فاقسمها على العدد الآخر الظاهر الذي هو السعر وهو ستة فيكون ستة وثُلثين وهو العدد المجهول

---

١) كان الخليل اماماً في علم النحو وهو الذي استنبط علم العروض واخرجه الى الوجود وكان رجلًا صالحًا عاقلًا حليماً وقوراً . . . اقام في خص من اخصاص البصرة لا يقدر على فلسين واصحابه يكسبون بعلمه الاموال . وقد سُمع يوماً يقول : « اني لاغلق علي بابي فما يجاوزه همي . . . » ولد الخليل سنة ١٠٠ ﻫ وتوفي حول ١٧٠ﻫ ، فهو اذاً من معاصري الخوارزمي . (عن ابن خلكان : وفيات الاعيان ١ : ٢١٦)

الذي هو في قول القائل كم وهو المثمن ومباينه الستة الذي هو السعر » (ص ٥٣) .

ويتمشى الكثيرون حتى اليوم في تدريس هذه القاعدة على وضع الاعداد على الشكل الآتي :

فيجعلون المتباينين في طرفي قطر واحد ويستخرجون المجهول حسب قياس الخوارزمي بضرب المتباينين الظاهرين وقسم جداثها على الظاهر الثالث . وقاعدة الخوارزمي تعود ضمناً الى حل المعادلة $\frac{٤}{س} = \frac{٦}{١٠}$. وفي حل الخوارزمي لا حاجة للمنطق والتفكير. فالقاعدة آلية لا يخطئ الغلام والجارية في استخدامها.

مسعِر		سعر
١٠	ب	٦
كم؟	ب	٤
مثمِن		ثمن

فنحن نرى من هذا المثل البسيط الى اي حدّ من الآلية وصل الجبر في فكر الخوارزمي وفي اخراجه. ولا يعطي الخوارزمي برهاناً على صحة القاعدة. وهكذا في الكثير من القواعد الاخرى. وفي ذلك دليل على ان الكتاب في نظره كتابُ تدريسٍ مختصر . ولو ان معاصراً للخوارزمي اطلع على وثائقه الشخصية فلا شك اذاً انه كان يعثر على البراهين الدامغة .

واذا لام احدهم شيخنا الجليل على تذليله العلم الى حدّ جعله آلةً تغني عن التفكير وتَصلح في ايدي الجارية والاجير، كما نَقَم الصاحب بن عباد على واضع «الالفاظ الكتابية» اجبناه ان رجالاً مثقفين اذا سئلوا عن ثمن اربعة امتار وربع مع علمهم بسعر مترين ونصف فانا لا نُبالغ اذا قلنا إنهم ما دائماً يُصيبون ، واجبناه ان موارد التفكير لم تنضب بعد على محبي التفكير .

واذا شئت الآن ان تعلم ما كان يَجنيه علماء العرب من عطفهم على الفقير والمسكين فما لك الا ان تناجي روح الضحّاكِ بن مزاحم وعبدِ الله بن الحارث اللذين كانا يُعلّمان ولا يأخذان اجرًا ؟ او تعود بالذكرى الى من كان يُعَلّم منهم ويأخذ خبزًا ؟ والى الفارابي العائش في بلاط سيف الدولة لا يقبلُ من المال الا اربعة دراهم في اليوم . هكذا كان الكثيرون من علماء العرب ، وهكذا فاني اتمثل الخوارزمي .

تحليل الكتاب

اما وقد حققنا في صفات الكتاب العلمية والادبية ، وبيّنا ان علم الجبر قد بلغ فيه نضجه، وحاز على طرقه الخاصة فاصبح في الحقيقةِ علماً مستقلّاً عن الحساب ، فقد آن لنا ان نتبسط في العرض لابواب الكتاب ، فتتكون لنا صورةٌ صادقةٌ واضحةٌ عنه .

يبدأ الخوارزمي بتعريف المصطلحات : جذر، مال، عدد مفرد، التي يُحتاج اليها في حساب الجبر والمقابلة ويقوم مقامها في الاصطلاح الحديث الشيء ومربَعُه والعددُ المعلوم ، ثم يباشر حل معادلات الدرجة الاولى والثانية عارضاً لجميع حالاتها دون استثناء. وهي برموزنا العصرية.

$ب س = ح$ $ب س^{٢} = ح س$ $ب س^{٢} = د$

معادلات الدرجة الثانية

$ب س^{٢} + ح س = د$

$ب س^{٢} + د = ح س$

$ب س^{٢} = ح س + د$

والمعلومات ب ح د كلها موجبة. ولو علم الخوارزمي بالاعداد السلبية لكفت المعادلة $ا س^{٢} + ب س + ح = ٠$

واما المعادلات التي يحلها مثالًا على الحالة الثانية فهي : $س^{٢} = ٥ س$

$١/٢ س^{٢} = ٤ س$

$٥ س^{٢} = ١٠ س$

ونلحظ ان عدد الاموال في الامثلة الثلاثة هو ١ وهو الابسط، ثم ١/٢ وهو كسر اصغر من ١، واخيرًا ٥ وهو عدد اكبر من ١، وهو يردّ عدد الاموال الى مال واحد في حل المعادلات. وهذا التدرج والتنويع في الصعوبة الذي نبهنا اليه سابقاً دليل آخر على خبرة الاستاذ وحذقه ووضوح تعليمه ، وهو كذلك في جميع امثاله .

وقد سبق لنا ان اعطينا مثالًا على حله معادلة ذات ثلاثة حدود فنكتفي بهذا المثال . والجدير بالذكر ان المعادلة $س^{٢} + د = ح س$ او $س^{٢} - ح س + د = ٠$ لها جذران في حال $حَ^{٢} - د > ٠$. ولها جذران متساويان في حال $حَ^{٢} - د = ٠$ وهما $سَ = سً = حَ$ ولا جذر لها في حال $حَ^{٢} - د < ٠$.

والخُوارزمي عالم بهذا كله فهو يقول : « واعلم انك اذا نصّفت الاجذار في هذا الباب وضربتها في مثلها فكان مبلغُ ذلك اقلَّ من الدراهم التي مع المال فالمسألة مستحيلة . وان كان مثلَ الدراهمِ بعينها فجذرُ المال مثلُ نصف الاجذار سوا. لا زيادةَ ولا نقصان » (ص ٢١).
ويلي قواعدَ حلِّ المعادلات الثلاثية برهانُها الهندسي أو علتُها كما يقول ولا برهان على الثلاثة الاولى لسهولة تحصيله على الارجح . ونحن نورد هنا برهانه الثاني على حلّ

$$س^٢ + ١٠ س = ٣٩$$

يقول : وله أيضاً صورة اخرى تؤدي الى هذا وهي سطح ا ب وهو المال فاردنا ان نزيد عليه مثل عشرة أجذاره فنصَّفنا العشرة فصارت خمسة فصيرناها سطحين على جنبتي سطح ا ب وهما سطحا ح ن . فصار طول كل سطح منهما خمسة أذرع وهو نصف العشرة الاجذار وعرضه مثل ضلع سطح ا ب ، فبقيت لنا مربعة من زوايا ا ب وهي خمسة في خمسة وهي نصف العشرة الاجذار التي زدناهــا على جنبتي السطح الاول . فعلمنا ان السطح الاول هو المال وان السطحين اللذين على جنبَتيه هما عشرة أجذار فذلك كله تسعة وثلاثون. وبقي الى تمام السطح الاعظم مربعة خمسة في خمسة فذلك خمسة وعشرون فزدناها على تسعة وثلاثين ليتم لنا السطح الاعظم الذي هو سطح ه د فبلغ ذلك كله اربعة وستين فأخذنا جذرها وهو ثمانية وهو احد اضلاع السطح الاعظم فاذا نقصنا منه مثل ما زدنا عليه وهو خمسة بقي ثلاثة وهو ضلع سطح ا ب الذي هو المال وهو جذره والمال تسعة وهذه صورته (ص ٢٣) .

العمليات الجبرية ولما كانت المعادلاتُ التي تُعبرُ عن القضايا الحسابية لا تأتي بهذا الشكل النهائي الوارد في الابواب الستة ، وهي تحتاج الى شتى التحويلات من جمع وطرح وضرب وقسمة ، كان لا بد ان يوردَ الخُوارزمي قواعدَ العمليات المذكورة . وهذا ما فعله في فصل مختص بالعبارات الثنائية فضرب ١٠ + س في نفسه و ١٠ — س في نفسه و ١٠ + س في ١٠ — س و كلُّ ذلك بوضوحٍ كلّي . وضرب عبارة ثنائية في عبارة ثنائية، وضربها في عدد مفرد . وهذه العمليات موجودةٌ كلها في الصفحات الاولى من كتبنا المدرسية ، ويعلمُ الله كم نقضي من الاوقات في تدريسها للمبتدئين . أفــلا نشعرُ بشيء من السرور والدهشة اذ نجدُها كما هي في جبر الخُوارزمي الموضوع في اوائل القرن التاسع .؟!
نورد من هذا الفصل مثالًا واحدًا فيه عبرة : « وان قال عشرةٌ الا شيئاً في عشرة الا شيئاً

قلت عشرة في عشرة بمائة ، والّا شيئا في عشرة عشرةُ اشياء ناقصة ، والا شيئاً في عشرة عشرة اشياء ناقصة والا شيئاً في الا شيئاً مال زائد فيكون ذلك مائةً ومالًا الا عشرين شيئاً » (ص ٢٨) .

وان هذا المقطع جدير بكل انتباهنا : فان العرب لم ينظروا في الاعداد السلبية ، ولو فعل الخُوارزمي سنة ٨٣٠ لتقدم الجبر بضعة قرون . وهو لا يجد في حل المعادلة

س٢ + ١٠ س = ٣٩

وما شابهها الا حلًا واحدًا موجباً غير منتبه للحل السلبي كما قلنا .

إلا أننا نراه يقول الّا شيئاً في الّا شيئاً داعجًا الّا بالعدد جاعلًا منه عددًا جديدًا اي عددًا سلبياً ، ويا ليته فعل . ويصعُب لغةً شرحُ هذا التعبير ، كما إن عالمًا رياضياً لا علم له مطلقاً بالاعداد السلبية لا يخطر بباله في حال من الاحوال ان يقول : الّاشيئاً في عشرة عشرةُ اشياء ناقصة وهذا لعمري لا يرتكز الى منطق .

ومما يثير الدهشة والريبة حقًا هو ان الهنود كان لهم علم واسع بالاعداد السلبية فإنا نجد في كتاب بْرَهْمَجُبْطَ ، المولود سنة ٥٩٨ المسيح ، « مجموع ثروتين هو ثروة ، ومجموع دَينين هو دَين ، ومجموع ثروة ودين هو الفرق بينهما واذا تعادلا فصفر ، مجموع صفر ودين هو دين ، مجموع ثروة وصفر هو ثروة ، مجموع صفرين هو صفر . »

وهو يعني بالثروة العددَ الموجب وبالدَين العددَ السلبي ، ولا اوضحَ من هذا التعبير ولا أظرفَ منه ، ونحن لا نزالُ حتى اليوم نشرح العددين السلبي والموجب بواسطةِ الثروة والدين.

ونجد عند الرياضي الهندي آرْيَبْهَطَ ، المولود سنة ٤٧٦ للمسيح ، تأويلًا للحلول السلبية لبعض القضايا وليس هذا بالامر اليسير . وقد جهل الغرب هذه الاكتشافات لان الهند بقيت على هامش العالم المتحضر ، رغم حضارتها الزاهرة ، فاضطُرَّ الى اكتشافها مجددًا فوضع العالِم الايطالي باشيولي الاعدادَ السلبية سنة ١٤٧٠ ، وبحث في تأويل الحلول السلبية مجددًا ديكارت في القرن السابع عشر . وتعبير الخوارزمي اذ يقول الّا شيئاً في الّا شيئاً قد أثار دهشة المستشرق روده[1] ، ودفعه الى التساؤل هل اتصل الخُوارزمي بعلماء الهند ، وهو صاحب الحساب الهندي ، ومؤرّخو العرب يُردّدون انه سافر الى الهند قبل انقطاعه الى مكتبة المأمون ، والواضح الجلي على كل حال أن الخُوارزمي لم يُعِر الاعداد السلبية ايما اهتمام ولا اشارة اليها في كتابه ، ولا في كتب رياضي العرب من بعده .

(1) LÉON RODET, *L'algèbre d'Alkharizmi; Journal Asiat.*, 1878, série 7, t. 11.

والخوارزمي اذ يعلل بالبرهان الهندسي جمع $\sqrt{٢٠٠} - ١٠$ مع $٢٠ - \sqrt{٢٠٠}$ وهو اثر للطرق اليونانية الا انه لا يذكر تعليلًا لقواعد الضرب مع حاجتنا الى برهان قائم. والحق يقال ان اقامة البرهان الهندسي على (١٠ — س) (١٠ — س) وما شابهها ليس بالامر العسير ولا شك ان الخوارزمي عارف به تمام المعرفة.

الجذور ثم يلي ذلك فصلٌ في الجذور وفيه نجد بوضوح كلي كأنها منقولةٌ عن كتاب مدرسي حديث: «إن أردت أن تضرب جذر تسعة في جذر أربعة فاضرب تسعة في أربعة فيكون ستةً وثلاثين فخذ بجذرها وهو ستة. وكذلك لو اردت ان تضرب جذر ٥ في جذر ١٠ فاضرب ٥ في ١٠ فجذر ما بلغ هو الشيء الذي تريده» (ص ٣٢).

«واذا اردت أن تقسم جذر ٩ على جذر ٤ فانك تقسم ٩ على ٤ فيكون ٢ ¼ فجذرها هو ما يصيب الواحد وهو واحد ونصف» (ص ٣١). وفي عملياته عن الجذور ذكر لكلمة اصم ومقابلها الحديث بالافرنسية (irrationnel)، وقد تُرجمت الى اللغات الاوربية قديمًا كما هي فتجدها مثلًا في مؤلفات ديكارت (nombre sourd). ويتسنى للخوارزمي الآن ان يعالج ما أسماه المسائلَ الست التي تزول الى المعادلات المحلولة في بدء كتابه. وها نحن نورد باختصار مثالًا واحدًا لنقف على تحويلات المعادلة بين يديه:

الجبر والمقابلة «عشرة قسمتها قسمين ثم ضربت كل قسم في نفسه وجمعتها فكانا ثمانية وخمسين درهمًا قياسه أن تجعل أحد القسمين شيئًا والآخر عشرة الا شيئًا» (ص ٣٧). وينتهي بذلك الى

$$س^٢ + (١٠ - س)^٢ = ٥٨ .$$

$$٢ س^٢ - ٢٠ س + ١٠٠ = ٥٨ .$$

فيقول: «فاجبر المئة والمالين بالعشرين الشيء الناقصة وزدها على الثانية والخمسين فيكون: $٢ س^٢ + ١٠٠ = ٥٨ + ٢٠ س$.

فاردد ذلك الى مال واحد: $س^٢ + ٥٠ = ٢٩ + ١٠ س$.

فقابل به وذلك انك تلقي من الخمسين تسعة وعشرين $س^٢ + ٢١ = ١٠ س$.

وقد أردنا بهذا المثل ان نبين المعنى الاصيل لكلمتي الجبر والمقابلة[1] اللتين أعطتا اسمها لهذا الفرع من الرياضيات. فالجبر اذًا ازالة الطرح من المعادلة[2] والمقابلة بين الكميات

١) ظل علم الجبر في اوربة يسمى بعلم «الجبر والمقابلة» حتى القرن السادس عشر، وفيه تلاشت كلمة مقابلة.
٢) ذكرنا في محل سابق معنى آخر للجبر.

المتشابهة في طرفي المعادلة، بان تلقي الكمية من شبيهتها فلا يبقى منهما الا واحدة في احد الطرفين . وهاتان العمليتان مع عملية الرد اساسيتان في حل المعادلات .

يلي هذا الباب الذي يسميه باب المسائل الست باب المسائل المختلفة وهو طويل مشبع. ومن اظرف مسائله المعادلات الكسرية نذكر منها :

$$\frac{س}{س+٢} = \frac{١}{٢} \qquad (ص ٤٤)$$

$$\frac{س}{١٠-س} + \frac{١٠-س}{س} = ٢\frac{١}{٦} \qquad (ص ٤٠)$$

ثمّ يلي باب المعاملات وقد مرّ ذكره .

ثم ان الحداد والنجار والزارع والدهان وغيرهم من الصناع في حاجة الى المعلومات الهندسية الاولية كمساحة المربع والمثلث والدائرة. ولهذا فان الباب التالي يدور على الاحجام والمساحات . ويلطف ما قاله في الدائرة : « وكل مدورة فان ضربك القطر في ثلاثة وسبع هو الدور الذي يحيط بها وهو اصطلاح بين الناس من غير اضطرار. ولأهل الهندسة فيه قولان آخران : احدهما ان تضرب القطر في مثله ثم في عشرة ثم تأخذ جذر ما اجتمع فما كان هو الدور . والقول الثاني لاهل النجوم منهم، وهو ان تضرب القطر في اثنين وستين الفاً وثمانمئة واثنين وثلاثين. ثم تقسم ذلك على عشرين الفاً فما خرج فهو الدور. وكل ذلك قريب بعضه من بعض .» (ص ٥٥) ومعلوم ان العدد الاخير $\frac{٦٢٨٣٢}{٢٠٠٠٠}$ يساوي ٣،١٤١٦ المستعمل اليوم والفرق بينه وبين القيمةِ الحقيقية اقل من جزء من مئة الف . وجميع هذه الاعداد كان معروفاً عند الاقدمين. فالعدد $\frac{٢٢}{٧}$ ذكره هيرون الاسكندري، و٣،١٤١٦ مذكور في كتب بطليموس وآريَبهَطَ.

تطبيق الجبر على الهندسة

ومما يلفتُ الانظار في هذا الفصل ويسترعي الاهتمام والاعجاب هو وجود عمليتين هندسيتين محلولتين بواسطة الجبر، مما يدل على ان الخوارزمي كان عالماً بامكانيات الجبر الواسعة متصرفاً فيه بحذق ورشاقة . يقول المستشرق فوبكه إن العرب اولُ من استعان بالجبر على الهندسة . فاذا كان الامر كذلك فالخوارزمي اولُ عالم في التاريخ فطن الى هذا التطبيق .

وها نحن نورد المسألتين مع حلهما موجزاً (ص ٦٢ — ٦٥) .

المسألة الاولى مثلث اضلاعه تساوي ١٣، ١٤، ١٥ فكم مساحته ؟

يسمي ب م الشيء : س فيكون ج م = ١٤ — س؛ ويعادل بين قيمة العمود في كل من المثلثين الصغيرين مستعيناً بقضية فيثاغورس

$١٥^٢ - (١٤ - س)^٢ = ١٣^٢ - س^٢$.

فيحصل س = ٥

ومن ثم ا $م^٢ = ١٣^٢ - ٥^٢$ ام = ١٢

$$\text{والمساحة} \frac{١٢ \times ١٤}{٢} = ٨٤$$

المسألة الثانية مثلث طول اضلاعه ١٠ ١٠ ١٢ احسب ضلع المربع المرسوم فيه . ضلع المربع = س عمود المثلث يعدل ٨ عملاً بقضية فيثاغورس .

يساوي مساحة المثلث بمجموع مساحات المربع والمثلثات الثلاثة القائمة على جوانب المربع.

ضلع المربع = س و ب = ٦ و د = $\frac{س}{٢}$ د ب = ٦ — $\frac{س}{٢}$

ا ز = ٨ — س

فتكون المعادلة

$$\frac{٨ \times ١٢}{٢} = س^٢ + \frac{س (٨ - س)}{٢} + ٢ \frac{س}{٢} . (٦ - \frac{س}{٢})$$

وجذرها س = $\frac{٤}{٥}$ ٤ .

وهكذا فان الفكرة الجبرية الاساسية موجودة عند الخوارزمي وهي ربط المجهول بالمعلومات بواسطة المعادلات . ونذكر بهذه المناسبة ان رينه ديكارت اذ يحل بعض المسائل الهندسية بالجبر فانه لا يخفي اعتزازه وسروره .

الجبر والوصايا

وَيختمُ الخوارزمي مُؤلَّفَهُ بفصل متناهي الطول اسماه كتاباً لا باباً. وهو يكاد يحتل من كتاب الجبر والمقابلة نصفه الثاني. وفيه بحث في الوصايا على ابوابها من عين ودين، وتكملة وتزويج في المرض، وعِتق في المرض، وعقر في الدَور وسلم في المرض. وكثيرٌ من المسائل محاول بواسطة الجبر. وهذا ما يبرر وجودَها في كتاب الخوارزمي. وغني عن البيان صعوبةُ القضايا المتعلقة بالمواريث والوصايا. فلا عجبَ اذا تحالف القاضي والرياضي في معالجتِها. والمسائل في كتاب الخوارزمي محلولة بحسب الشرع الاسلامي ولنذكر بعضها :

١ — رجل مات وترك ابنين . واوصى بثلث ماله لرجل اجنبي، وترك عشرة دراهم عيناً، وعشرة دراهم ديناً على احد الابنين . ص ٦٧ .

٢ — رجل مات وترك امه وامرأته واخاه واختيه لابيه وامه. واوصى لرجل بتُسع ماله. ص ٦٨ .

٣ — رجل تزوج امرأة في مرض موته، على مائة درهم، ولا مال له غيرها ، ومهر مِثلَها عشرة دراهم . ثم ماتت المرأة واوصت بثلث مالها. ثم مات الزوج . ص ٩٢ .

٤ — رجل اعتق عبدًا له في مرضه قيمته ثلثمائة درهم . ثم مات العبد وترك بنتاً وترك ثلثمائة درهم، ثم ماتت البنت وتركت زوجاً وتركت ثلثمائة درهم . ثم مات السيد . ص ٩٩.

وفي هذه الامثلة الكفاية .

***

وهكذا فانه يتضح ان علمَ الجبر في نشأتــه كان للعرب المعينَ اليومي في معاملاتهم ومواريثهم ووصاياهم . فهو اذاً، رغمَ قيمته النظرية وطبيعته المجردة، لم يترفع عن الحاجات المادية . فلا عجب اذا ترعرع بينهم عزيزًا على طبقة واسعة منهم، بالغاً بجهودهم رقياً يشهد له التاريخ .

ثم إنَّ المساعدةَ التي اداها الجبر للدين الاسلامي في حلّ القضايا الوراثية كان لا بد ان يَرُدَّها الدِينُ عليه، فيزيدُ في تقدير الامة له وتعلقها به. وبالفعل فقد اصبح علمُ الفرائض[1] علماً يتعاون فيه الرياضي والفقيه، وقد كَثُرَت فيه التآليف المتنوعة .

---

١) في المكاتب الاوروبية مخطوطات عديـدة في علم الفرائض نذكر منها تآليف بدر الدين سبط المارديني وشهاب الدين ابن الهائم في باريس .

قال ابن خلدون في مقدمته : «وللناس فيه تآليف كثيرة اشهر ما عند المالكية من متأخري الاندلس كتابُ ابنِ ثابت ومختَصرُ القاضي ابي القاسم الحوفي ثم الجعدي . . .

واما الشافعية والحَنفية والحنابلة فلهم فيه تآليفُ كثيرة واعمالٌ عظيمة صعبة شاهدة لهم باتساع الباع في الفقه والحساب . . . ومن المُصنفين من يحتاج فيها الى الغلو في الحساب وفرض المسائل التي تحتاج الى استخراج المجهولات من فنون الحساب كالجبر والمقابلة والتصرف في الجذور»[1] .

١) ابن خلدون : المقدّمة ، ص ٤٥١

آراء المؤرخين في الكتاب

بعد هذا العرض المفصل لابواب الكتاب اصبح في استطاعتنا ان نقوّم بعض الاحكام الواردة في حق كتابنا العزيز :

جاء في دائرة المعارف الايطالية العامرة — التي نبث مؤلفيها شكرنا واعجابنا لابحاثهم القيمة في الحضارة العربية — في تعريف كتاب الخوارزمي (لفظة جبر مقطع٨) أنه — في جزئه الاكبر — مجموعةُ مسائلَ متعلقة بالوراثة والوصايا والصيرفة والتجارة مع انه ليس في الكتاب ثمة مسألة واحدة عن الصرف ، اما المسائل التجارية — وقد ذكرنا منها واحدة — فثلاث ، تقع في صفحة ونصف لا غير . ومثل هذا الاعتقاد في مضمون الكتاب شائع بين مؤرخي الغرب ، وقد يكون عذرهم ما جاء في مقدمته .

ونجد كذلك في دائرة المعارف الاسلامية (الترجمة العربية لفظة الخوارزمي) .

« وليس هذا الكتاب في الجبر كما نفهمه ، وانما هو مقدمة في الحساب العملي القائم على عدة مسائل محلولة ، ومادة الكتاب في الوقت نفسه جدّ متباينة فهو يحوي :

أ — عمليات في التفاضل والتكامل في ابسط صورها (وليتهم عادوا في الترجمة الى الاصل العربي فقالوا الجبر والمقابلة) .

ب — المساحة والاخطاء فيها [1] .

ج — قواعد في تقسيم المواريث في الوصية » .

ومن يطالع الكتاب لا يجد فيه مسألة واحـدة تبحث في اخطاء القياسات وكيف يتوصل الجبر الى مناقشة الاخطاء . وهو في اول نشأته ؟ وأما ان يكون الكتاب مجموعة لمسائل جدُّ متباينة وانه ليس بالجبر كما نفهمه فمسألة تحتاج الى ايضاح . لا شك ان التباين واقع حتماً بين الاعمال المساحية والتقاسيم الوراثية ولكننا نرى وحدة حقيقية في الكتاب ورابطة بين اجزائه . وعندنا ان جوهر الكتاب هو حل المعادلات النظرية كما في كتبنا

---

١) في الاصل الفرنسي القياسات والاخطاء فيها .

الابتدائية وما سوى ذلك فتطبيق لها في الحقول المختلفة. ومن البديهي ان يسعى الخوارزمي الى تشويق الدارس وافادته بان يبين له ما يجنيه عملياً من هذا العلم النظري . ولا ننكر من ثم ان المواريث تحتل محلاً مفرط الطول في كتاب الجبر والمقابلة . ولا ندري اتبدلت نية الخوارزمي الاولية عند ما انتهى الى فصل المواريث ورأى ان يجعله شبه مؤلف مستقل حتى انه اسماه كتاباً بينما هو يسمي الفصول الاخرى ابواباً .

ثم انه يؤسفنا ان مؤرخي العرب العصريين لم يعيروا تاريخهم العلمي الانتباه الواجب والتقدير اللائق به . وقع بين يدينا كتاب في تاريخ العرب كثير الرواج في اسواق بيروت ففتحناه في صفحة الخوارزمي ، واخذنا نقرأ فكنا كلما تقدمنا سطرًا زاد في حيرتنا وذهولنا. والى القارئ بعض ما ورد في هذه الصفحة :

«الخوارزمي ٧٨٠ — ٨٥٠ هذا ابرز شخصية في تاريخ الرياضيات القديم عند العرب واحد كبار المفكرين المسلمين . وقد اثر في الفكر الرياضي تأثيرا لم يكن لسواه في العصور الوسطى . . وضع . . اقدم كتاب في الجبر وهو حساب الجبر والمقابلة . اورد فيه ما يزيد عن ثمانمئة من الامثلة وهو اعظم كتبه ولكن الاصل العربي مفقود » .

من المعلوم ان الدقة في التمحيص والتنقيب ميزة اساسية في المؤرخ فلا يجزم في امر تتناوله الشكوك ، وعليه عند التحصيل الشخصي ان يثبت بالنصوص والبراهين صحة ما حصله.

١ — فمن اين عرف المؤلف سنة ميلاد الخوارزمي وليس لها ذكر في بحث واحد من ابحاث المستشرقين ولا في كتب الاقدمين. واما اذا كان الامر تحصيلاً شخصياً فعلامَ يستند؟ او تقديرًا فما هي الاعتبارات المرجحة لهذا التقدير ؟

٢ — جعل موت الخوارزمي سنة ٨٥٠ مع ان الاراء متضاربة حوله ، فالمستشرق سوتر يقدر ان الخوارزمي توفي بين ٨٣٥ و ٨٤٤ ونلّينو يجعل موته بعد بحث دقيق في سنة ٨٤٦ — ٨٤٧ ، وقد اعتمدت الموسوعة الايطالية المطبوعة ١٩٣١ سنة ٨٤٦—٨٤٧.

٣ — اما قوله ان الخوارزمي ابرز شخصية في تاريخ الرياضيات القديم عند العرب فمسألة فيها نظر ، وما رأيه اذًا في البتّاني والبيروني والخيامي .

٤ — وقوله انه اول من وضع كتاباً في الجبر خطأ واضح .

٥ — وقوله ان الكتاب يحوي اكثر من ثمانمئة مثل فغريب ، اذ لو حوى حقاً هذا العدد الكبير لاصبح هذا الكتاب المختصر مجلدًا ضخماً . ومن اي مصدر قديم ثقة تناول هذا التعريف عن كتاب يقول انه ضائع ، مع انه مطبوع ، والمفقود كتاب الحساب الهندي ، وقد نشر في ايطاليا كتاب قديم لاتيني يرجح انه ترجمته .

مصادر الخوارزمي

نبحث الآن باختصار في مصادر الخوارزمي . لقد ظنوا ردهة طويلة من الزمن ان الخوارزمي مبدعُ علم الجبر — قال ابن خلدون في مقدمته الشهيرة : واول من كتب في هذا الفن ابو عبدالله الخوارزمي[1]. وقد ردد الكثيرون مثلَ هذا القول حاملينه على غير معناه من ان الخوارزمي هو واضع علم الجبر . ولنا على هامش النسخة الخطية من كتاب الخوارزمي حاشيةٌ ذات مغزى : « هذا اولُ كتاب وضع في الجبر والمقابلة في الاسلام، ولهذا ذَكَرَ فيه من كل فن طرفاً لتفيد الاصول في الجبر والمقابلة » . فليس الخوارزمي بمبدع هذا العلم بل هو اول من ألف فيه باللغة العربية. والعربُ الذين ترجموا كتابَ ديوفنطس في القرن العاشر او قبلَ ذلك التاريخ عارفون تمام المعرفة بوجود كتاب يوناني في الجبر . ولا يُعقَل ان يصدُرَ عن الخوارزمي او عن اي عبقري آخر علم كامل الاصول والطرق دون ان يكون له اساسٌ سابق في محاولات متفرقة . فالتاريخ يشهد على خُطوات الهندسة الاولى وهي اشبه شيْ بخطوات الطفل الكثيرة الضعف والعثرات ، وقد امتدت على اجيال . وكذلك قل عن العلوم الاخرى ولا حاجة الى التذكير بنشأة تكافؤ الحرارة والعمل الذي عانى في معالجته علماء فرنسيون وانكليز والمان الشيْ الكثير قبل ان يستخرجوا حقيقته . وما اكثر القضايا التي تتغير اسماء مكتشفيها بحسب البُلدان . فهناك قضية ضغط الغازات فانها تنسب الى ماريوت في فرنسا والى بويل في انكلترا . ومعادلة شال تنسب الى موبيوس في المانيا . وعلم المشتقات يتنازع على اكتشافه ليبنتز ونيوتن . والقنبلة الذرية في ايامنا فما اكثر العلماء الذين ساهموا نظرياً وعملياً في تحقيقها .

وعلى كل حال فالجبر قديم العهد نجد منه ألفه وباءه في بَرْدِي احميس الذي يرجع الى سنة ١٧٩٠ قبل المسيح . وفي النصف الثاني من القرن الثالث بعد المسيح نبغ في الاسكندرية

---

١) وهو اشهر باسم محمد بن موسى . وابو عبدالله محمد بن احمد بن يوسف الخوارزمي صاحب مفاتيح العلوم ، عالم عاش في النصف الثاني من القرن العاشر .

عالمٌ يُعد حقاً أبَ الجبر لتوسعه فيه وادخاله عليه التحسينــاتِ الخطيرة وهو ديوفنطس – والمظنون ان تعاليم ديوفنطس تناقلها الدارسون جيلاً بعد جيل في المدارس اليونانية والسريانية المزدهرة في الشرق ، ولكن بشيءٍ من الاهمال . وبلغت تعاليم ديوفنطس بلادَ الهند كما بلغتها الهندسة الاغريقية فوجدت فيها ارضاً خصبة انبتت عالِمين نابغين هما آرْيَبهَط وبراهما غبطا .

والاعتقادُ السائد ان الخوارزمي أَخذَ عن مدارس عصره بعض معلوماته في الجبر والمقابلة لكنه فهم تماماً اهمية هذا العلم ، وجمع شتاته ، ورتب مسائله على حسب المنطق ، وطبعه بعبقريته ، فبعثه فكرةً متينة الاساس ، واسعة الامكانيات ، قابلة التطور ، واوضح طُرقه فتفهمه من بعده الكثيرون تفهماً صحيحاً ، فما عاد يُخشى على الجبر ان يتلاشى ثانية ويُهمل كما حدث من بعد ديوفنطس .

ويصعبُ معرفةَ ما هوَ من وَضعِهِ الخاصِ لجهلنا حالةَ العلم بالتَفصيلِ في الحقبةِ السابقةِ للخوارزمي . فهل يكشف الزمان لنا عنها او تبعث من بطونِ الارض الطواميرُ والمخطوطات المخفية فتشبعُ رغبتَنا ؟ يبقى في متناولنا ان نعودَ الى الخوارزمي نفسِه ونسأله عن نصيبه الشخصي من علم الجبر . يقولُ : « ولم تزلِ العلماء في الازمنةِ الخالية والامم الماضية ، يكتبونَ الكتبَ مما يصنفونَ من صنوف العلم ووجوهِ الحكمةِ نظرًا لمن بعدَهم واحتساباً للاجر بقدرِ الطاقة ، ورجاء ان يلحقهم من اجر ذلكَ وذخره وذكره ، ويبقى لهم من لسان الصدقِ ما يصغُر في جنبهِ كثيرٌ مما كانوا يتكلفونه من المؤونة ويحملونه على انفسهم من المشقةِ في كشف اسرار العلم وغامضه . إما رجلٌ سبقَ الى ما لم يكن مستخرجاً قبلَه فورثَه مَنْ بَعدَه . وإما رجل شرح مما ابقى الاولون ما كان مستغلِقاً فاوضح طريقه وقرَّب مأخذه . وإما رجل وجد في بعض الكتب خللاً فلمَّ شعثه واقــام اوده واحسن الظن بصاحبه غير رادّ عليه ولا مفتخر بذلك من فعل نفسه . وقد شجعني ما فضل الله به الامامَ المأمون اميرَ المؤمنين مع الخلافة التي حاز له إرثَها واكرمه بلباسها وحلَّاه بزينتها ، من الرغبة في الادب وتقريب اهله وادنائهم وبسط كنفه لهم ومعونته اياهم ، على ايضاح ما كان مستبهماً وتسهيل ما كان مستوعِرًا . على ان ألَّفتُ من حساب الجبر والمقابلة كتاباً مختصرًا حاصرًا للطيف الحساب وجليله لما يلزم الناس من الحاجة اليه في مواريثهم ووصاياهم وفي مقاسمتهم واحكامهم وتجارتهم ، وفي جميع ما يتعاملون به بينهم من مساحة الارضين وكري الانهار والهندسة وغير ذلك من وجوهه وفنونه » . ص ١٥ – ١٦

ونحن نرى بوضوح انه بعد ان قسم العلماء الى ثلاثـــة اقسام اولها المكتشفون وثانيها

المكملون وثالثها المنقحون فانه وضع نفسه في مصاف المكملين الموضحين ، فاذا اخذنا بهذا القول جاز لنا ان الخوارزمي اوجد حلولًا لمسائل كانت مستغلقة على من سبقه واضاف شيئاً جديداً الى معلومات اهل زمانه . ويستبعد ان يغالط الحقيقة ويدعي لنفسه ما هو لغيره . ومعاصروه عارفون بمجال العلم وقادرون على مناقشته وتكذيبه وتقريعه .

ولا يُستخلَصُ مطلقًا من سياق كلامه ان الجبر كان نكرة عند العرب وان الخوارزمي اولُ من عبّر عنه باللغة العربية ، فاننا نظن انه لو كان الخوارزمي واضع المصطلحات الجبرية: جبر ، مقابلة ، مال ، جذر ... لظهر شيْ من ذلك في كلامه ولاحتاج الى تنبيه قرائه ، بينما نراهُ يقول : « وجدت الاعداد التي يُحتاج اليهــا في حساب الجبر والمقابلة على ثلاثة ضروب وهي جذور واموال وعدد مفرد دون ان يُظهِر اي ترددٍ في استعمالها ، ودون ان يعلل لغوياً انتقاءه لهذه الالفاظ فكأنها متداولةٌ من زمن بعيد .

شخصية الخوارزمي

وتَظهَرُ لنا اخلاقُهُ الحميدة من خلال مقدمته فانه يُقيم وزنًا واعتبارًا لمن يُحسِنُ الظن بغيرهِ من المؤلفين ويُصلحُ الخلل دون ان يفتخر بنفسه ، فغاية العالِم هي ادراكُ الحقيقة ، فاذا ما بلغَها فقدبلغ امنيته وما للعالِم ان يبحث عن المعرفة طلباً للشهرة ولمنافسة غيره وتحقيره . ونشعر ان الخوارزمي وان لم يُصرِّح بمعتقده الشخصي الّا انه يدين بهذه المبادئْ الاخلاقيةِ العالية، وما نعلم عن انقطاعه الى دار الحكمة في الشطر الاخير من حياته بحيثُ لم تقم حولَه احاديثُ او دعايات ، يُقوّي فينا هـذا الاعتقاد ، وهو لا يطلب للعلماء اجورًا على ما يتحملونه من المشاق ، ويَعُد امرًا طبيعياً لا نقاش فيه ، ان العالِم يكفيه الاجرُ ولسانُ الصدق .

ايها القــارئْ الكريم ، وقفة في ختام هذا البحث امام هذا الوجه الجليل . عالِمٍ في بلاط العباسيين يفضل العزلة على الشهرة،والجد على اللهو،والعلم على المال . يصل آناءَ الليل باطراف النهار في تسهيل العلم وتقريبه وضبطه وتوسيعه . وبينما تزحف الجيوش المظفرة شرقاً وغرباً لتكتسب الشعوب والبلدان الى مئة سنة او بضع مئات يسعى هو الى الالاف . فلا تطلع الشمس من بعده على قطر من الاقطار،الا والبائع في حانوته،والسيدة في منزلها،والعالِم في مرصده،يحسبون بحسابه الهندي والاف الالاف من الفتيان يحفظون في جبره ومقابلته . ايادٍ سخية بيضاء جعلها وقفاً لقومه على الاجيال وحسبُه الدعاء والذِكر الحسن . الا رحم الله محمد بن موسى رحمة واسعة، واحسن على امته ببعض علمه وفضله !

مختصر المراجع

كتاب الجبر والمقابلة طبعة روزن (Rosen) لندن ، ١٨٣١ .

كتاب الجبر والمقابلة طبعة علي مشرفة ومحمد احمد ، مصر ، ١٩٣٩ .

مقدمة ابن خلدون ، المكتبة التجارية الكبرى مصر .

الفهرست لابن النديم .

دائرة المعارف الاسلامية .

دائرة المعارف الايطالية .

قدري حافظ طوقان : تراث العرب العلمي في الرياضيات والفلك . طبعة ثانية ، مصر ١٩٥٤ .

L. C. Karpinski, *Latin Translation of the algebra of Al Khowarismi*. Univ. of Michigan, 1915.

L. Rodet, *L'Algèbre d'Alkhârizmi*, *Journal Asiatique* . 1878, 7e série, Tome XI, p. 5.

مصطلحات

نورد في ما يلي المصطلحات الرياضية ، مع مقابلها باللغة الفرنسية ، حسب الترتيب الذي ذكرت فيه في هذا البحث . ونحن نشير الى الصفحة والسطر بعددين مثلاً ص ٤/٩

		صفحة	سطر
Première puissance de l'inconnu	جذر ج جذور	٤	٩
Carré de l'inconnu	مال ج اموال	٤	٩
Terme constant	مال مفرد	٤	٩
Equations du 1er et du 2e degré	معادلات من الدرجة الاولى والثانية	٤	١٣
Nombres négatifs	اعداد سلبية	٤	١٧
Nombres arithmétiques	اعداد حسابية	٤	١٧
Nombres positifs	اعداد موجبة	٤	١٨
Nombres imaginaires	اعداد وهمية	٥	١
Solution négative	الحلّ السلبي	٥	٣
Symbolisme	الرمزية	٥	٦
Extraction des racines	التجذير	٥	٨
Egalité	مساواة	٥	٨
Inégalité	مناقصة	٥	٨
Inconnus	مجاهيل	٥	٨
Connus	معلومات	٥	٨
Formule	الدستور	٦	٥
Mécanisation des solutions	آليّة الحلول	٦	١٣
Membre de l'équation	عديل	٦	٢١
Racine ou solution de l'équation	جذر المعادلة	٧	١٢
Nombre abstrait	عدد مجرد	٩	٩
Binôme	عبارة ثنائية	١٣	٢٣
Racines (des nombres)	جذور	١٥	٥
Côté	ضلع ج اضلاع	١٧	١
Hauteur	عمود	١٧	٣

في ما يلي ، المعادلات الواردة في هذا البحث ، منقولة الى الفرنسية مع الاشارة الى الصفحة :

Page 5 fin

$$x^2 = 4x(10 - x) = 40x - 4x^2$$
$$40x = 5x^2 ; x = 8$$

Page 6 fin

$$x^2 + 10x = 39$$
$$2x^2 + 10x = 48$$
$$\frac{1}{2}x^2 + 5x = 28$$
$$x = \frac{-b' + \sqrt{b'^2 - ac}}{a}$$

Page 7 début

$$ax^2 + bx + c = 0 \qquad b' = \frac{b}{2}$$
$$x^2 + 10x = 56$$
$$x^2 + 10x - 56 = 0$$
$$x = -5 \pm \sqrt{5^2 + 56}$$
$$x = -5 \pm \sqrt{81}$$
$$x = -5 \pm 9$$
$$x = 4 \qquad x = -14$$

Page 9 début

$$40 + x = 3(4 + x)$$
$$5x + 10(30 - x) = 245$$
$$\frac{1}{x} - \frac{1}{x+1} = \frac{1}{6}$$

Page 12

$$ax = b \qquad ax^2 = cx \qquad ax^2 = c$$
$$ax^2 + bx = c \qquad ax^2 + c = bx \qquad ax^2 = bx + c$$

où a, b, c sont des nombres positifs.

$ax^2 + bx + c = 0$, où a, b, c sont des nombres algébriques.

$$x^2 = 5x \qquad \frac{1}{2}x^2 = 4x \qquad 5x^2 = 10x$$

Page 12 fin $x^2 = bx$ ou $x^2 - bx + c = 0$. Cette équation a deux racines distinctes si $b'^2 - c > 0$; elle a deux racines égales si $b'^2 - c = 0$, $x' = x'' = b'$; elle n'a pas de racines si $b'^2 - c < 0$.

Page 15 fin

$$x^2 + (10 - x)^2 = 58$$

$$2x^2 - 20x + 100 = 58$$

$$2x^2 + 100 = 58 + 20x$$

$$x^2 + 50 = 29 + 10x$$

$$x^2 + 21 = 10x$$

Page 16 début

$$\frac{x}{x+2} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{x}{10 - x} + \frac{10 - x}{x} = 2\frac{1}{6}$$

Page 17 début

$$15^2 - (14 - x)^2 = 13^2 - x^2$$

$$x = 5$$

Page 17 fin

$$\frac{8 \,.\, 12}{2} = x^2 + \frac{x(8 - x)}{2} + 2 \cdot \frac{x}{2} \cdot \left(6 - \frac{x}{2}\right)$$

PUBLICATIONS DE L'UNIVERSITÉ LIBANAISE
SECTION DES ÉTUDES MATHÉMATIQUES

I

NOTES
SUR L'«ALGÈBRE» D'AL-ḪWARIZMĪ

PAR

ADEL AMBOUBA
Professeur de Mathématiques à l'Université Libanaise



BEYROUTH
1968